

# Approfondimenti tecnici

Questa lezione mira a illustrare i sistemi trifase che adottano un conduttore di neutro, detti sistemi trifase con neutro. In particolare, il valore e il calcolo della corrente di neutro; le leggi delle tensioni e delle correnti nei sistemi trifase non simmetrici e non equilibrati; i metodi per l'analisi; la potenza

Silvia Berri - CEI (\*)

## Seconda lezione

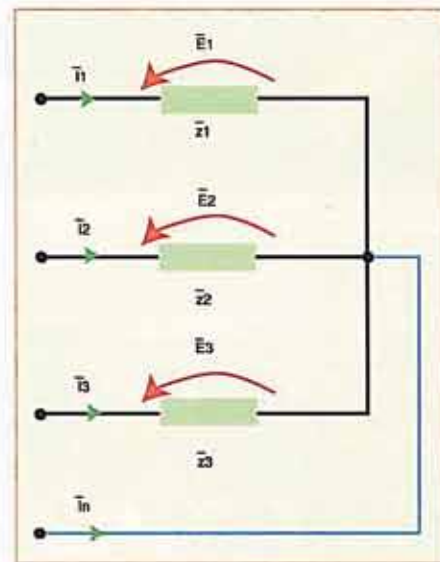
I sistemi trifase che presentano un quarto conduttore detto conduttore di neutro sono detti sistemi trifase con neutro. Nei sistemi trifase è frequente l'adozione di un quarto conduttore, generalmente privo di generatori e di carichi in serie, detto conduttore di neutro o, semplicemente, neutro, collegato dal centro stella del generatore al centro stella del carico. Nel neutro può passare corrente, quindi l'equazione al nodo diventa:

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_n = 0$$

mentre l'equazione per le tensioni concatenate rimane inalterata:

$$\bar{V}_{12} + \bar{V}_{23} + \bar{V}_{31} = 0$$

Per un sistema trifase con neutro, nell'ipotesi di trascurare le cdt sul neutro stesso, indicando con  $E_k$  le tensioni di fase, con  $Z_k$  le impedenze



Sistema trifase a quattro fili: la corrente nel neutro è nulla solo se le tensioni di fase sono simmetriche e le impedenze uguali tra di loro.

delle singole fasi e con  $I_k$  le correnti di fase, vale:

$$\bar{I}_k = \frac{\bar{E}_k}{Z_k}$$

e quindi:

$$\bar{I}_n = -(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) = \left[ \frac{\bar{E}_1}{Z_1} + \frac{\bar{E}_2}{Z_2} + \frac{\bar{E}_3}{Z_3} \right]$$

La corrente di neutro risulta nulla quando le tre tensioni sono simmetriche e il carico delle tre impedenze è equilibrato.

### Sistemi trifase non simmetrici e non equilibrati

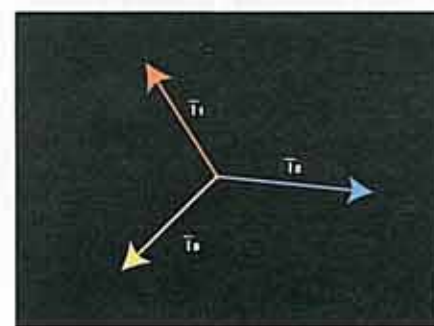
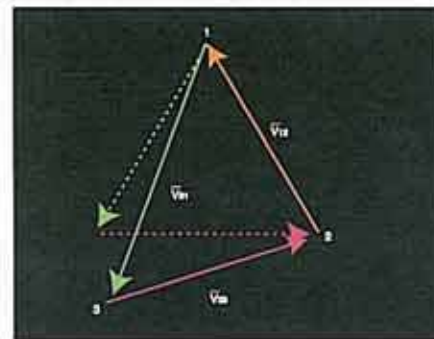
In un sistema trifase non simmetrico e non equilibrato vale sempre che le somme vettoriali delle tensioni e delle correnti sono nulle. Si supponga che un dato carico trifase stia assorbendo una terna di correnti:

$$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$$

in generale anche non equilibrata, a fronte di una terna di tensioni concatenate:

$$\bar{V}_{12}, \bar{V}_{23}, \bar{V}_{31}$$

in generale anche non simmetrica.

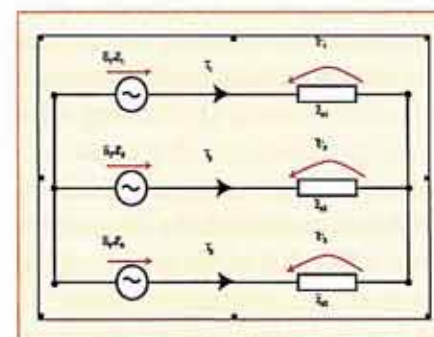


Sistemi trifase non simmetrici e non equilibrati: la somma delle tensioni concatenate e delle correnti di linea è comunque nulla.

Vale comunque sempre che le somme vettoriali delle tensioni e delle correnti sono nulle.

### Metodi per l'analisi

Per l'analisi di un sistema trifase non simmetrico e non equilibrato non è in linea di principio necessario null'altro che le equazioni, le rappresentazioni ed i metodi utili per la soluzione delle reti monofase. Il fatto che la rete sia tutta "tripla" e che sia stata definita trifase non impedisce infatti di affrontarla con gli strumenti di base senza curarsi affatto di tali particolarità. Semmai sarà un po' più complicata in ragione del numero dei componenti e quindi delle maglie e dei nodi. In considerazione della grande diffusione dei sistemi trifase



Un sistema trifase non simmetrico e non equilibrato può essere risolto con gli usuali metodi di risoluzione dei circuiti.

(anche non simmetrici) può essere però utile, come già fatto per i sistemi trifase simmetrici, sviluppare dei metodi specialistici come ad esempio:

- metodo dello spostamento del centro stella;
- metodo dei componenti simmetrici.

### Potenza

La potenza assorbita da un sistema trifase non dipende dalla posizione del centro stella nel piano fasoriale. Si supponga di fissare arbitrariamente un centro stella G di tensione EG. La potenza vale allora, con questo riferimento:

$$\bar{A} = \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* + \bar{E}_2 \cdot \bar{I}_2^* + \bar{E}_3 \cdot \bar{I}_3^*$$

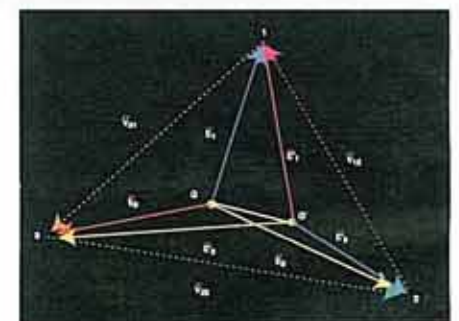


Diagramma vettoriale con in evidenza due generici centri stella (G e G1) che definiscono due terne distinte di tensioni di fase; la potenza è comunque

Si consideri anche un altro centro stella G' di tensione E'G diversa dalla precedente. Rispetto a questo nuovo centro stella si ha una nuova terna di tensioni di fase, legate alle precedenti dalla relazione:

$$\bar{E}'_k = \bar{E}_k + \bar{E}_{GG'}$$

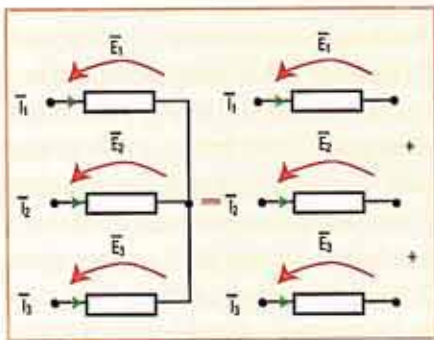
e la potenza con queste nuove tensioni:

$$\begin{aligned} \bar{A}' &= \bar{E}'_1 \cdot \bar{I}_1^* + \bar{E}'_2 \cdot \bar{I}_2^* + \bar{E}'_3 \cdot \bar{I}_3^* \\ &= (\bar{E}_1 + \bar{E}_{GG'}) \cdot \bar{I}_1^* + (\bar{E}_2 + \bar{E}_{GG'}) \cdot \bar{I}_2^* + (\bar{E}_3 + \bar{E}_{GG'}) \cdot \bar{I}_3^* \\ &= \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* + \bar{E}_2 \cdot \bar{I}_2^* + \bar{E}_3 \cdot \bar{I}_3^* + \bar{E}_{GG'} \cdot (\bar{I}_1^* + \bar{I}_2^* + \bar{I}_3^*) \\ &= \bar{A} + \bar{E}_{GG'} \cdot 0 = \bar{A} \end{aligned}$$

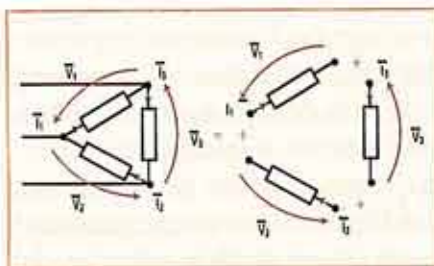
Come si può notare, la potenza non dipende (come è giusto che sia) dalla posizione del centro stella nel piano fasoriale. Qualunque sia il centro stel-

la scelto, si ottiene lo stesso valore di potenza, che è quello corretto.

• **Espressione della potenza** - La potenza trifase è particolarmente importante perché circa il 95% della potenza generata nel mondo è di tipo trifase. In un sistema trifase qualsiasi, la potenza totale è pari alla somma delle potenze delle singole fasi. In un sistema trifase simmetrico ed equilibrato la potenza totale è pari a 3 volte la potenza di una singola fase, quindi di un singolo circuito. Per comprendere tale affermazione è sufficiente pensare alla rappresentazione mono-fase equivalente del sistema.



$$\bar{A} = \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* + \bar{E}_2 \cdot \bar{I}_2^* + \bar{E}_3 \cdot \bar{I}_3^*$$



La potenza apparente totale di un sistema trifase è pari alla somma della potenza (apparente) di ciascuna fase.

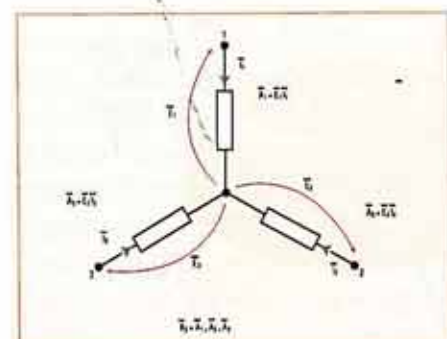
$$\bar{A} = \bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^* + \bar{V}_2 \cdot \bar{I}_2^* + \bar{V}_3 \cdot \bar{I}_3^*$$

• **Unità di misura** - La potenza apparente si misura in Voltampere, simbolo VA:

$$1 \text{ VA} = 1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A}$$

L'unità di misura della coppia prende il nome da Volta e André-Marie Ampère.

• **Potenza in sistemi collegati a stella** - Nel caso di collegamento a stella



Potenza apparente totale in un sistema collegato a stella.

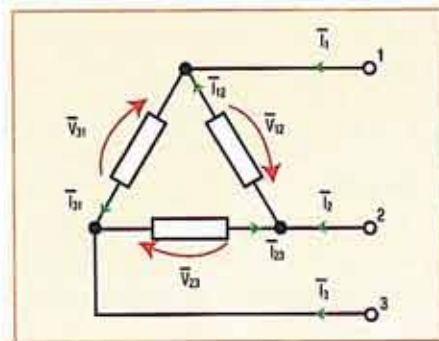
in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato, l'espressione della potenza può essere data da:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* + \bar{E}_2 \cdot \bar{I}_2^* + \bar{E}_3 \cdot \bar{I}_3^* \\ &= 3 \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 3 \bar{E}_2 \cdot \bar{I}_2^* = 3 \bar{E}_3 \cdot \bar{I}_3^* \\ &= 3 E I \cdot (\cos\varphi + j \text{sen}\varphi) \end{aligned}$$

cioè la potenza totale è pari a 3 volte la potenza di ogni singola fase. La potenza su ogni singola fase può anche essere scritta come:

$$\bar{A} = \sqrt{3} V I \cdot (\cos\varphi + j \text{sen}\varphi)$$

dove V è il valore efficace della tensione concatenata, ma l'angolo è sempre lo sfasamento tra la corrente e la tensione di fase.



Potenza apparente totale in un sistema collegato a triangolo.

• **Potenza in sistemi collegati a triangolo** - Nel caso di collegamento a triangolo in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato l'espressione della potenza può essere data da:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{V}_{12} \cdot \bar{I}_{12}^* + \bar{V}_{23} \cdot \bar{I}_{23}^* + \bar{V}_{31} \cdot \bar{I}_{31}^* \\ &= 3 \bar{V}_{12} \cdot \bar{I}_{12}^* = 3 \bar{V}_{23} \cdot \bar{I}_{23}^* = 3 \bar{V}_{31} \cdot \bar{I}_{31}^* \\ &= 3 V I_{\text{fase}} \cdot (\cos\varphi + j \text{sen}\varphi) \end{aligned}$$

cioè la potenza totale è pari a 3 volte la potenza di ogni singolo ramo del triangolo avendo avuto cura di utilizzare la corrente che percorre il lato del triangolo e la tensione concatenata. Sostituendo tale corrente in funzione della corrente di linea si ottiene esattamente la stessa espressione del caso a stella:

$$\bar{A} = \sqrt{3} V I \cdot (\cos\varphi + j \text{sen}\varphi)$$

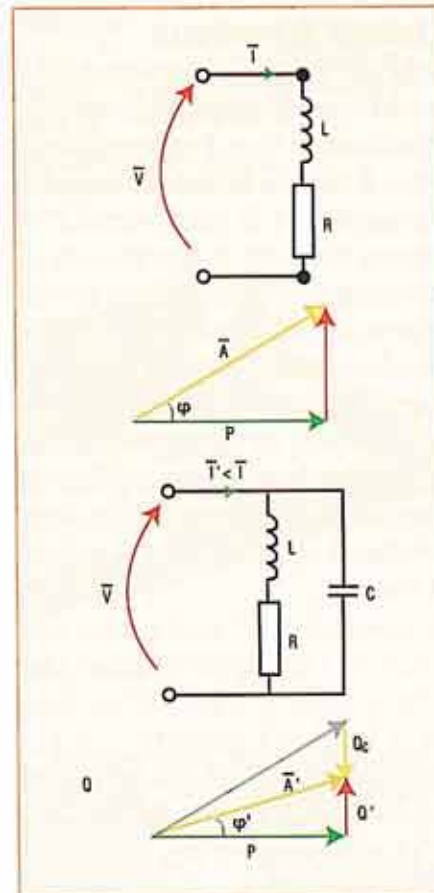
dove V è il valore efficace della tensione concatenata ed I la corrente di linea, ma l'angolo è sempre lo sfasamento tra la corrente e la tensione di fase.

### Rifasamento

Per portare la corrente ad essere in fase con la tensione, o almeno ad avere una componente in quadratura più ridotta, occorre modificare il carico. In tutti i casi in cui la corrente del carico risulta notevolmente sfasata rispetto alla ten-

sione, ovvero in cui il reattivo supera i valori previsti, per ridurre gli effetti di perdite e cdt sulle linee, occorre modificare il carico, inserendovi altri elementi circuitali che compensino l'eccesso di assorbimento o di erogazione di reattivo, e cioè portino la corrente ad essere in fase con la tensione, o almeno ad avere una componente in quadratura più ridotta. Questa operazione prende il nome di rifasamento. Nel caso in cui il carico sia prevalentemente induttivo, occorrerà porre, in serie o in parallelo, dei condensatori; nel caso il carico sia prevalentemente capacitivo, occorrerà porre, in serie o in parallelo, degli induttori.

• **Calcolo del rifasamento** - Il rifasamento si calcola ponendo in serie o in parallelo al carico dei condensatori o degli induttori a secondo che il carico sia induttivo o capacitivo. Solitamente, per quanto riguarda il primo caso, che è il più comune, i condensatori vengono posti in parallelo sui morsetti del carico.



Rifasamento di carico induttivo.

• È possibile anche porli in serie (come si fa a volte negli Stati Uniti), ma questo può creare altri problemi (come la risonanza); inserendoli in parallelo non si modificano le tensioni sul carico (se non per il fatto che viene limitata la cdt sulla linea di trasporto), mentre in serie avrebbero un pesante effetto in tal senso. La potenza reattiva assorbita da un bipolo capacitivo in parallelo vale allora:

$$Q_C = - \omega C V^2$$

(in realtà è una potenza reattiva erogata) e prende il nome di potenza di rifasamento. Se il carico assorbe una potenza:

$$\bar{A}_L = P_L + j Q_L$$

si può allora scegliere di arrivare a un rifasamento completo:

$$\begin{aligned} Q_L &= Q_C = 0 \\ Q_L &= \omega C V^2 = 0 \\ C &= \frac{Q_L}{\omega V^2} \end{aligned}$$

oppure di arrivare ad un dato fattore di potenza  $\cos\varphi$ , che possiamo indicare come  $\cos\varphi_M$  (solitamente si rifasa a  $\cos\varphi=0,9$ ):

$$Q_L + Q_C = 0$$

da cui:

$$Q_C = F_L \cdot \tan\varphi_M \cdot Q_L$$

### Conclusioni

Riepilogando, i principali concetti analizzati in questa seconda lezione di elettrotecnica sono i seguenti:

- nei sistemi trifase è frequente l'adozione di un quarto conduttore, generalmente privo di generatori e di carichi in serie, detto conduttore di neutro;
- il conduttore di neutro è percorso da una corrente il cui valore dipende dalle tensioni di fase e dalle impedenze delle singole fasi. La corrente di neutro risulta nulla quando le tre tensioni sono simmetriche e il carico delle tre impedenze è equilibrato;
- le leggi di Kirchhoff per le tensioni e le correnti nei sistemi trifase non simmetrici e non equilibrati valgono ancora;
- si utilizza il metodo specialistico dello spostamento del centro stella per l'analisi e la risoluzione dei sistemi trifase non simmetrici e non equilibrati;
- la potenza nei sistemi trifase non simmetrici e non equilibrati è indipendente dalla posizione del centro stella;
- la potenza in un sistema trifase è uguale alla somma delle potenze delle singole fasi;
- se il sistema è simmetrico ed equilibrato la potenza è uguale a 3 volte la potenza delle singole fasi;
- il principio di rifasamento;
- le formule per calcolare il rifasamento. ■

(\*) In collaborazione con la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bergamo.